

ESERCITAZIONE MICROECONOMIA (CORSO B)

21-12-2009

ESEMPI DI ESERCIZI DI TEORIA DEI GIOCHI

Questo documento contiene alcuni esempi di esercizi di teoria dei giochi. Gli esercizi presentati non corrispondono esattamente agli esercizi svolti in classe. La differenza consiste nei payoff dei due giocatori e, di conseguenza, nella matrice dei payoff.

Esercizio 1.

Nei prossimi due punti, lo studente dovrà considerare un gioco simultaneo e senza comunicazione tra due giocatori, 1 e 2, ciascuno dei quali può scegliere una delle due opzioni A oppure B. I payoff per i due giocatori sono dati di seguito, il primo per il giocatore 1 e il secondo per il giocatore 2. L'ordinamento dei payoff è AA, AB, BA, BB, dove XY indica il risultato quando il giocatore 1 sceglie X e il giocatore 2 sceglie Y.

Giocatore 1: 1, 7, 3, 10.

Giocatore 2: 4, 9, 6, 10.

Domanda A: Specifica TUTTI gli equilibri di Nash.

Per risolvere correttamente questo tipo di esercizi è necessario capire come costruire la matrice dei payoff. Rappresentiamo una matrice 2x2.

		2	
		A	B
1	A	1,4	7,9
	B	3,6	10,10

Sappiamo dal testo dell'esercizio che l'ordinamento dei payoff è AA, AB, BA, BB. Questo significa che la prima cella in alto a sinistra contiene il payoff 1 per il giocatore 1 e il payoff 4 per il giocatore 2; la cella in alto a destra contiene il payoff 7 per il giocatore 1 e il payoff 9 per il giocatore 2; la cella in basso a sinistra contiene il payoff 3 per il giocatore 1 e il payoff 6 per il giocatore 2; la cella in basso a destra contiene il payoff 10 per il giocatore 1 e il payoff 10 per il giocatore 2.

Considero il giocatore 1 (giocatore riga).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 (giocatore colonna) sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 3 (rispetto ad un payoff di 1).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 10 (rispetto ad un payoff di 7). La strategia B è la strategia dominante per il giocatore 1, perché il payoff è maggiore, qualsiasi sia la scelta del giocatore 2.

Considero ora il giocatore 2 (giocatore colonna).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 6 (rispetto ad un payoff di 4).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 10 (rispetto ad un payoff di 9). La strategia B è la strategia dominante per il giocatore 2, perché il payoff è maggiore, qualsiasi sia la scelta del giocatore 1.

In questo gioco è presente un unico equilibrio di Nash in (B,B), in corrispondenza del quale il giocatore 1 ottiene un payoff pari a 10 e il giocatore 2 ottiene un payoff pari a 10.

Domanda B: Specifica TUTTI gli altri risultati (che non sono equilibri di Nash), che dominano in senso paretiano gli eventuali equilibri di Nash.

Non c'è nessun altro risultato che domina in senso paretiano l'equilibrio di Nash corrispondente alla coppia di strategie (B, B). L'equilibrio di Nash trovato al punto A è anche efficiente in senso paretiano perché nessuno dei due giocatori desidera spostarsi e cambiare strategia. In altre parole, partendo dall'equilibrio di Nash rappresentato dalla coppia di strategie (B, B) nessuno dei due giocatori ha la possibilità di migliorare il proprio payoff senza peggiorare il payoff dell'altro giocatore.

Esercizio 2.

Nei prossimi due punti, lo studente dovrà considerare un gioco simultaneo e senza comunicazione tra due giocatori, 1 e 2, ciascuno dei quali può scegliere una delle due opzioni A oppure B. I payoff per i due giocatori sono dati di seguito, il primo per il giocatore 1 e il secondo per il giocatore 2. L'ordinamento dei payoff è AA, AB, BA, BB, dove XY indica il risultato quando il giocatore 1 sceglie X e il giocatore 2 sceglie Y.

Giocatore 1: 10, 6, 10, 6.

Giocatore 2: 9, 6, 10, 8.

Domanda A: Specifica TUTTI gli equilibri di Nash.

Definiamo la matrice dei payoff:

		2	
		A	B
1	A	10,9	6,6
	B	10,10	6,8

La prima cella in alto a sinistra contiene il payoff 10 per il giocatore 1 e il payoff 9 per il giocatore 2; la cella in alto a destra contiene il payoff 6 per il giocatore 1 e il payoff 6 per il giocatore 2; la cella in basso a sinistra contiene il payoff 10 per il giocatore 1 e il payoff 10 per il giocatore 2; la cella in basso a destra contiene il payoff 6 per il giocatore 1 e il payoff 8 per il giocatore 2.

Considero il giocatore 1 (giocatore riga).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 (giocatore colonna) sceglie la strategia A? Il giocatore 1 è indifferente tra scegliere la strategia A o B perché in entrambi i casi il payoff è 10.

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 sceglie la strategia B? Il giocatore 1 è indifferente tra scegliere la strategia A o B perché in entrambi i casi il payoff è 6. Il giocatore 1 non ha una strategia dominante.

Considero ora il giocatore 2 (giocatore colonna).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere A perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 9 (rispetto ad un payoff di 6).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere A perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 10 (rispetto ad un payoff di 8). La strategia A è la strategia dominante per il giocatore 2, perché il payoff è maggiore, qualsiasi sia la scelta del giocatore 1.

In questo gioco sono presenti due equilibri di Nash in (A,A) e (B,A).

Domanda B: Specifica TUTTI gli altri risultati (che non sono equilibri di Nash), che dominano in senso paretiano gli eventuali equilibri di Nash.

Non c'è nessun altro risultato che domina in senso paretiano gli equilibri di Nash (A,A) e (B,A). Gli equilibri di Nash trovati al punto A sono anche efficienti in senso paretiano perché nessuno dei

due giocatori desidera spostarsi e cambiare strategia. In altre parole, partendo dagli equilibri di Nash nessuno dei due giocatori ha la possibilità di migliorare il proprio payoff senza peggiorare il payoff dell'altro giocatore.

Esercizio 3.

Nei prossimi due punti, lo studente dovrà considerare un gioco simultaneo e senza comunicazione tra due giocatori, 1 e 2, ciascuno dei quali può scegliere una delle due opzioni A oppure B. I payoff per i due giocatori sono dati di seguito, il primo per il giocatore 1 e il secondo per il giocatore 2. L'ordinamento dei payoff è AA, AB, BA, BB, dove XY indica il risultato quando il giocatore 1 sceglie X e il giocatore 2 sceglie Y.

Giocatore 1: 9, 8, 5, 10.

Giocatore 2: 5, 6, 4, 8.

Domanda A: Specifica TUTTI gli equilibri di Nash.

Definiamo la matrice dei payoff.

		2	
		A	B
1	A	9,5	8,6
	B	5,4	10,8

La prima cella in alto a sinistra contiene il payoff 9 per il giocatore 1 e il payoff 5 per il giocatore 2; la cella in alto a destra contiene il payoff 8 per il giocatore 1 e il payoff 6 per il giocatore 2; la cella in basso a sinistra contiene il payoff 5 per il giocatore 1 e il payoff 4 per il giocatore 2; la cella in basso a destra contiene il payoff 10 per il giocatore 1 e il payoff 8 per il giocatore 2.

Considero il giocatore 1 (giocatore riga).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 (giocatore colonna) sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere A perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 9 (rispetto ad un payoff di 5).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 10 (rispetto ad un payoff di 8). Il giocatore 1 non ha una strategia dominante.

Considero ora il giocatore 2 (giocatore colonna).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 6 (rispetto ad un payoff di 5).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 8 (rispetto ad un payoff di 4). La strategia B è la strategia dominante per il giocatore 2, perché il payoff è maggiore, qualsiasi sia la scelta del giocatore 1.

In questo gioco è presente un unico equilibrio di Nash in (B,B), in corrispondenza del quale il giocatore 1 ottiene un payoff pari a 10 e il giocatore 2 ottiene un payoff pari a 8.

Domanda B: Specifica TUTTI gli altri risultati (che non sono equilibri di Nash), che dominano in senso paretiano gli eventuali equilibri di Nash.

Non c'è nessun altro risultato che domina in senso paretiano l'equilibrio di Nash corrispondente alla coppia di strategie (B, B). L'equilibrio di Nash trovato al punto A è anche efficiente in senso paretiano perché nessuno dei due giocatori desidera spostarsi e cambiare strategia. In altre parole, partendo dall'equilibrio di Nash rappresentato dalla coppia di strategie (B, B) nessuno dei due giocatori ha la possibilità di migliorare il proprio payoff senza peggiorare il payoff dell'altro giocatore.

Esercizio 4.

Nei prossimi due punti, lo studente dovrà considerare un gioco simultaneo e senza comunicazione tra due giocatori, 1 e 2, ciascuno dei quali può scegliere una delle due opzioni A oppure B. I payoff per i due giocatori sono dati di seguito, il primo per il giocatore 1 e il secondo per il giocatore 2. L'ordinamento dei payoff è AA, AB, BA, BB, dove XY indica il risultato quando il giocatore 1 sceglie X e il giocatore 2 sceglie Y.

Giocatore 1: 3, 9, 2, 5.

Giocatore 2: 1, 4, 5, 6.

Domanda A: Specifica TUTTI gli equilibri di Nash.

Definiamo la matrice dei payoff.

		2	
		A	B
1	A	3,1	9,4
	B	2,5	5,6

La prima cella in alto a sinistra contiene il payoff 3 per il giocatore 1 e il payoff 1 per il giocatore 2; la cella in alto a destra contiene il payoff 9 per il giocatore 1 e il payoff 4 per il giocatore 2; la cella in basso a sinistra contiene il payoff 2 per il giocatore 1 e il payoff 5 per il giocatore 2; la cella in basso a destra contiene il payoff 5 per il giocatore 1 e il payoff 6 per il giocatore 2.

Considero il giocatore 1 (giocatore riga).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 (giocatore colonna) sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere A perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 3 (rispetto ad un payoff di 2).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 1 se il giocatore 2 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere A perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 9 (rispetto ad un payoff di 5). La strategia A è la strategia dominante per il giocatore 1, perché il payoff è maggiore, qualsiasi sia la scelta del giocatore 2.

Considero ora il giocatore 2 (giocatore colonna).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia A? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 4 (rispetto ad un payoff di 1).

Qual è la strategia migliore per il giocatore 2 se il giocatore 1 sceglie la strategia B? La strategia migliore è scegliere B perché in questo modo ha la possibilità di ottenere un payoff di 6 (rispetto ad un payoff di 5). La strategia B è la strategia dominante per il giocatore 2, perché il payoff è maggiore, qualsiasi sia la scelta del giocatore 1.

In questo gioco è presente un unico equilibrio di Nash in (A,B), in corrispondenza del quale il giocatore 1 ottiene un payoff pari a 9 e il giocatore 2 ottiene un payoff pari a 4.

Domanda B: Specifica TUTTI gli altri risultati (che non sono equilibri di Nash), che dominano in senso paretiano gli eventuali equilibri di Nash.

Non c'è nessun altro risultato che domina in senso paretiano l'equilibrio di Nash corrispondente alla coppia di strategie (A, B). L'equilibrio di Nash trovato al punto A è anche efficiente in senso paretiano perché nessuno dei due giocatori desidera spostarsi e cambiare strategia. In altre

parole, partendo dall'equilibrio di Nash rappresentato dalla coppia di strategie (A, B) nessuno dei due giocatori ha la possibilità di migliorare il proprio payoff senza peggiorare il payoff dell'altro giocatore.