

ESERCITAZIONE 2: LA MASSIMIZZAZIONE DELL'UTILITA' ATTRAVERSO LA FUNZIONE LAGRANGIANA: ESEMPI UTILI

Il momento giusto per affrontare questa esercitazione: dovresti essere in grado di affrontarla dopo aver studiato i capitoli relativi al consumo, sebbene l'idea sottostante a questa esercitazione si estenda all'intero programma.

Scopo dell'esercitazione: imparare ad utilizzare gli strumenti analitici necessari per risolvere i problemi di massimizzazione vincolata tipici degli agenti economici.

Preparazione richiesta: è necessario conoscere alcuni concetti di base di calcolo differenziale.

Da fare a casa: dovresti riflettere sul significato economico dei risultati matematici dell'esercitazione e cercare di tradurre i risultati degli esercizi in intuizioni economiche comprensibili per chi non conosce la matematica.

Rilevanza di questa esercitazione per l'esame finale: l'idea sottostante riguarda l'intero modulo, ma non vi saranno domande d'esame concernenti questa esercitazione; il Prof. Spallone e la Proff.ssa Di Cagno si riservano la facoltà di formulare domande orali ai loro studenti su questi argomenti.

1) Le preferenze di un consumatore sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U = q_1^{0,5} + q_2^{0,5}$$

Supponete che il reddito del consumatore sia 100 e che sia il prezzo del bene 1 sia il prezzo del bene 2 siano pari a 1.

- Qual è il paniere ottimo?
- Se il prezzo del bene 2 diventa 4, qual è il nuovo paniere ottimo?
- Scomponete l'effetto prezzo in effetto reddito ed effetto sostituzione.

2) La funzione di utilità di un consumatore è data da:

$$U = x_1^{0,4} x_2^{0,6}$$

Supponete che il consumatore abbia a disposizione un reddito pari a 100 euro e che i prezzi dei due beni siano rispettivamente pari a euro:

$$p_1 = 5; p_2 = 2.$$

a. Quale sarà il paniere ottimo?

Supponete ora che il prezzo del bene 1 scenda a 4 euro.

b. Individuate in questo caso il nuovo il paniere ottimo e scomponete la variazione della domanda del bene 1 fra l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito.

c. Rappresentate graficamente i risultati.

3) Consideriamo un individuo che percepisce un reddito m e che deve scegliere il proprio paniere ottimale dei beni 1 e 2. La funzione di utilità dell'agente è data da:

$$U(x_1, x_2) = \gamma \ln x_1 + \delta \ln x_2^3$$

dove x_1 e x_2 sono le quantità consumate del primo e del secondo bene mentre γ e δ sono due costanti positive. Sapendo che i prezzi dei 2 beni sono p_1 e p_2

- a) Derivare le generiche funzioni di domanda dei due beni
- b) Calcolare l'elasticità di ciascuna domanda rispetto al reddito
- c) Calcolare l'elasticità di ciascuna domanda rispetto al prezzo dell'altro bene

4) La preferenze della signora Rossi sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$U(c, r) = c + 100r - r^2$$

dove c è il numero di piante di ciclamini ed r il numero di piante di rose che si possono piantare nel suo giardino. Se la dimensione complessiva del giardino è di 500 mq, una pianta di ciclamini occupa 1 mq ed una pianta di rose occupa 4 mq:

- a) Quante piante di rose e di ciclamini planterà la signora Rossi?
- b) Come cambierà la sua scelta se i mq del suo giardino diventano 600?
- c) E se diventano 144? Commentate la vostra risposta.