

ESERCITAZIONE 4: LA MASSIMIZZAZIONE DEL PROFITTO ATTRAVERSO LA FUNZIONE LAGRANGIANA: ESEMPI UTILI

Il momento giusto per affrontare questa esercitazione: dovresti essere in grado di affrontarla dopo aver studiato i capitoli relativi all'impresa, sebbene l'idea sottostante a questa esercitazione si estenda all'intero programma.

Scopo dell'esercitazione: imparare ad utilizzare gli strumenti analitici necessari per risolvere i problemi di massimizzazione vincolata tipici degli agenti economici.

Preparazione richiesta: è necessario conoscere alcuni concetti di base di calcolo differenziale.

Da fare a casa: dovresti riflettere sul significato economico dei risultati matematici dell'esercitazione e cercare di tradurre i risultati degli esercizi in intuizioni economiche comprensibili per chi non conosce la matematica.

Rilevanza di questa esercitazione per l'esame finale: l'idea sottostante riguarda l'intero modulo, ma non vi saranno domande d'esame concernenti questa esercitazione; il Prof. Spallone e la Proff.ssa Di Cagno si riservano la facoltà di formulare domande orali ai loro studenti su questi argomenti.

1) Considerate un'impresa la cui funzione di produzione è $y = \sqrt{x_1 x_2}$. Questa impresa deve minimizzare i costi di produzione che sono $C(x_1, x_2) = w_1 x_1 + w_2 x_2$.

a) Calcolare il saggio tecnico di sostituzione e disegnare un generico isoquanto

Ipotizzando che $w_1 = 2$ $w_2 = 2$ $y = 100$,

b) Calcolare il livello della domanda dei fattori produttivi ed i costi totali

c) Rappresentare graficamente i risultati

2) Consideriamo un'impresa caratterizzata dalla seguente funzione di produzione:

$$Y(L, K) = L^\alpha K^{1-\alpha} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

dove il lavoro viene remunerato con il salario W e il capitale con il tasso di profitto r . Sapendo che nel breve periodo la quantità di input di capitale è fissa:

a) Derivare la funzione delle rette di isoprofitto e rappresentarle graficamente (in maniera dettagliata) insieme alla funzione di produzione

b) Calcolare la domanda di lavoro ($L_d = f(W/P, \bar{K})$) e il livello della produzione ipotizzando che $\alpha = 1/2, \bar{K} = 1000, W = 5, P = 4$

c) Calcolare il livello del profitto sapendo che $r = 0,15$

3) Una trocicultura utilizza due fattori produttivi variabili per produrre trote: gli avannotti, che costano **32** euro al Kg, e il mangime, che costa **2** euro al Kg. Vi sono poi spese fisse per **400** euro mensili.

La funzione di produzione di questa trocicultura è la seguente:

$$y = 4q_1^{1/2} q_2^{1/2}$$

dove y è il livello di prodotto finale, e q_1 e q_2 rappresentano le quantità impiegate di avannotti e mangime rispettivamente (tutto espresso in Kg).

Supponendo che si sia fissato un tetto alle spese mensili totali pari a **2000** euro, e che le trote si vendano ad un prezzo di **7** euro al Kg:

a) Derivare la funzione dell'isocosto mensile di questa trocicultura

b) Determinare le quantità domandate di avannotti e mangime in un mese

c) Calcolare il profitto massimo mensile di questa trocicultura